

Анализ распределения электрического поля в неидеальной изоляции при постоянном токе

Алекс Покрываило (Alex Pokryvailo)
Spellman High Voltage Electronics Corporation
475 Wireless Boulevard, Hauppauge, NY 11788
Apokryva@spellmanhv.com

Краткое изложение: довольно часто молодые инженеры-электрики не уделяют должного внимания влиянию утечки изоляции на электрическое распределение поля при постоянном токе или медленно изменяющемся напряжении. Заново рассмотрена классическая задача: распределение электрического поля между двумя бесконечными параллельными пластинами, разделенными двумя слоями изотропной изоляции. Приведен анализ систематических ошибок, возникающих вследствие некорректного применения граничного условия, действительного только для электростатики. Вместо него следует использовать более общее граничное условие. Оно получается из уравнения непрерывности тока в интегральном виде и выражается через нормальные составляющие плотности полного тока. Подход с использованием эквивалентной схемы полезен в качестве дополнительного метода анализа, особенно когда токи проводимости и смещения пропорциональны. Даны численные решения для двух систем изоляции, применяемых на практике.

I. ВВЕДЕНИЕ

Электрическая изоляция в высоковольтных установках подвергается воздействию напряжений с различными формами колебаний. Они занимают диапазон от нескольких МГц до 50/60 Гц напряжения переменного тока и от быстрых переходных процессов до напряжения постоянного тока. Для многих устройств обычны медленные переходные процессы. Например, мягкий запуск в высокопрецизионном источнике питания может продолжаться несколько десятков секунд. В том же источнике питания очень быстрые переходные процессы могут происходить во время пробоя нагрузки, например при искровом разряде в рентгеновской трубке. В применениях с импульсами большой длительности напряжение постоянного тока используется в широком диапазоне от микросекунд до нескольких миллисекунд, последнее характерно для компьютерной томографии.

Правильная разработка изоляции призывает к расчету электрического поля, который зависит не только от геометрии, свойств материалов, амплитуды напряжения и т. п., но также от формы колебаний напряжения. Для опытного инженера, работающего в области высоких напряжений, не возникают вопросы относительно различий между условиями распределения электрического поля при переменном напряжении, быстрых и медленных переходных процессах и в стационарном состоянии (постоянный ток) в идентичных системах изоляции. Конечно, в системах постоянного тока ток проводимости задает распределение поля, тогда как при быстрых переходных процессах и переменном токе,

предположительно при частоте сети 50 Гц и выше, токи смещения имеют основное значение. Иначе говоря, проводимость материала имеет главенствующее значение при постоянном токе, а диэлектрическая проницаемость материала — при переменном токе. Это хорошо известное правило [1–3].

Удивительно, что очень немногие из студентов, обучающихся на инженеров-электриков и прослушавших базовые университетские курсы по электромагнитным полям, идентифицируют или связывают вопросы электрических полей с проводимостью изоляции. То же справедливо в отношении молодых инженеров-электриков, специализирующихся в области высоких напряжений, и инженеров-электриков в целом. Еще более удивительно, что немало зрелых физиков, имеющих степени докторов наук, испытывают затруднения при попытке рассчитать распределение электрического поля в конденсаторе с многослойной изоляцией в условиях постоянного тока (см. ниже). Эта картина, наблюдаемая автором в течение многих лет профессионального общения и преподавания, ясно показывает существование зазора между курсами по электромагнитным полям и курсами по технике высоких напряжений, по крайней мере, на базовом университетском уровне. С другой стороны, необычно предлагать в таких курсах четкую, ясную формулировку различий между распределением электрического поля в реальной изоляции в стационарном состоянии и при переменном токе или в изменяющихся во времени условиях. Соответственно, суть этой наставнической статьи заключается в предложении такой формулировки; она может избавить молодых инженеров-электриков от некоторых неясностей и затруднений.

II. ПРИМЕР — ПЛОСКИЙ КОНДЕНСАТОР С МНОГОСЛОЙНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ

Рассмотрим снова классическую задачу, имеющую основополагающее значение в технике высоких напряжений: распределение электрического поля между двумя бесконечными параллельными пластинами, разделенными двумя слоями изотропной изоляции (рис. 1).

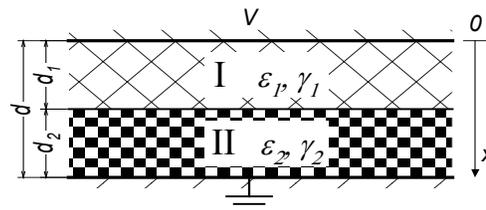


Рис. 1. Плоский конденсатор с двумя слоями неидеальной изотропной изоляции

Диэлектрики не идеальны, это выражается конечными значениями их проводимостей γ_1, γ_2 . Прикладываемое к пластинам напряжение V может быть или постоянным V_0 (случай постоянного тока), пилообразным, или синусоидальным в функции времени $V = V_m \sin \omega t$. Задачу можно упростить, приняв $\omega = 2\pi \cdot 50$, и задав для свойств материала определенные значения: $\varepsilon_1 = 2,3\varepsilon_0, \varepsilon_2 = 5\varepsilon_0$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ есть диэлектрические проницаемости диэлектриков I, II соответственно, и ε_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства, $\gamma_1 = 10^{15} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}, \gamma_2 = 10^{12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$. (Диэлектрик I может быть полиэтиленом и диэлектрик II может быть эпоксидным компаундом.) Образование пространственного заряда, зависимостью свойств диэлектриков от температуры, частоты и поля и т. п. на этом этапе пренебрегаем. Таким образом, физическая задача определена. Какие подходы обычно используются?

А. Анализ поля

Безошибочно распознают, что задача описывается уравнением Лапласа в самом простом его виде:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 0, \quad (1)$$

где φ есть потенциал, а x — координата, как показано на рис. 1. Интегрируя (1) по слоям, быстро получают следующие соотношения:

$$E_1 = \text{const}, E_2 = \text{const}, \quad (2)$$

$$V = E_1 d_1 + E_2 d_2, \quad (3)$$

где E_1, E_2 есть пока еще неизвестные составляющие электрического поля в слоях I, II соответственно. Чтобы найти соотношение E_1, E_2 , необходимо граничное условие. Здесь случается обычная ошибка. Почти без исключений, граничное условие записывают в его самом простом и самом известном виде [1, 4, 5, 7, 8]

$$D_{n1} = D_{n2}, \text{ or } \varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}, \quad (4)$$

где D_{n1}, D_{n2} и E_{n1}, E_{n2} есть нормальные составляющие вектора смещения и электрического поля соответственно. Тангенциальные составляющие в этом случае равны нулю вследствие симметрии. Уравнение (3), (4) дает решение [4, пар. 4.3.1]:

$$E_1 = \frac{V}{d_1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} d_2}, E_2 = \frac{V}{d_1 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + d_2}, \quad (5)$$

которое весьма приемлемо для принятых значений при 50 Гц, так как ток проводимости по сравнению с током смещения незначителен. Отметим, что эта идея обычно ускользает от студентов, так как они следуют граничному условию (4), которое совершенно не учитывает проводимость.

Однако (4) и (5) неприменимы для случая постоянного тока (и, при строгом подходе, вообще, если проводимости не равны нулю), потому что поверхностный заряд существует на границе между диэлектриками. Нормальные составляющие напряженности электрического поля связаны следующим образом:

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2} + \sigma, \quad (6)$$

где σ есть плотность поверхностного заряда. Отметим, что (6) представляет правильное граничное условие для электростатической задачи только тогда, когда задан σ . В ином случае (6) служит исключительно для вычисления σ после того как будет найдено распределение поля [6]. Этот пункт почти неизменно пропускают.

Более общее граничное условие, которое получается из уравнения непрерывности тока в интегральной форме

$$\oint_A \delta d\mathbf{A} = 0 \quad (7)$$

выражается через нормальные составляющие плотности тока δ :

$$\delta_{n1} = \delta_{n2}, \quad (8)$$

или

$$\gamma_1 E_{n1} + \varepsilon_1 \frac{\partial E_{n1}}{\partial t} = \gamma_2 E_{n2} + \varepsilon_2 \frac{\partial E_{n2}}{\partial t}. \quad (9)$$

Для колебаний синусоидальной формы, (9) преобразуется в

$$(\gamma_1 + j\varepsilon_1 \omega) E_{n1} = (\gamma_2 + j\varepsilon_2 \omega) E_{n2}. \quad (9a)$$

Отметим, что δ учитывает механизмы проводимости (первый член в (9)) и смещения (второй член в (9)). Для большинства технических применений ток проводимости γE также пренебрежимо мал по сравнению с током смещения

$$\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} :$$

$$\gamma_i E_{ni} \ll \varepsilon_i \frac{\partial E_{ni}}{\partial t}, i=1,2, \quad (10)$$

или наоборот:

$$\gamma_i E_{ni} \gg \varepsilon_i \frac{\partial E_{ni}}{\partial t}, i=1,2, \quad (10a)$$

Если выполняется соотношение (10), выражение (9) преобразуется в упрощенный вид (4), в котором обычно применяется для задач поля высокого напряжения при частотах 50/60 Гц и выше. Для этого случая исследования (50 Гц), отношение амплитуд токов смещения и проводимости для слоев I, II составляет $6,39 \cdot 10^6$ и $1,39 \cdot 10^4$ соответственно.

В поле постоянного тока производные по времени равны нулю; поэтому граничное условие (9) содержит только проводимости сред:

$$\gamma_1 E_{n1} = \gamma_2 E_{n2}. \quad (11)$$

Так как для исследуемой задачи $\gamma_1 \ll \gamma_2$, напряженность в первом слое намного больше, чем во втором: $E_{n1} \gg E_{n2}$, и если d_1 и d_2 соизмеримы, решение получается непосредственно из (3):

$$E_1 \approx \frac{V}{d_1}, E_2 \approx \frac{\gamma_1}{\gamma_2} E_1 = 0.001 E_1.$$

Точное решение идентично (5), где диэлектрические проницаемости заменяются на проводимости:

$$E_1 = \frac{V}{d_1 + \frac{\gamma_1}{\gamma_2} d_2}, E_2 = \frac{V}{d_1 \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + d_2}. \quad (12)$$

Уравнение (11) представляет хорошо известное граничное условие, которое применяют в задачах для статического поля в проводящих средах. Однако, как уже говорилось, данную задачу на рис. 1, где показаны кажущиеся изолирующими материалы, студенты не в состоянии связать с правильным граничным условием (11). Большинство из них на предшествующих курсах не получило представления о более общем граничном условии (9).

В. Эквивалентные схемы

Более простой подход, не рассматривающий количественные характеристики поля, использует эквивалентные схемы; по очевидным причинам этот подход более привлекателен для инженеров-электриков, чем для физиков. Быстрый взгляд на рис. 1 дает эквивалентную схему на рис. 2, где

$$R_1 = d_1/\gamma_1, R_2 = d_2/\gamma_2, C_1 = \epsilon_1/d_1, C_2 = \epsilon_2/d_2 \quad (13)$$

есть сопротивления и емкости слоев на единицу поверхности.

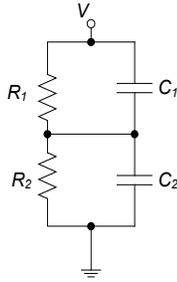


Рис. 2. Эквивалентная схема для плоского конденсатора с двумя слоями неидеальных изоляторов

Решение соответствующих дифференциальных уравнений обеспечивает решение для напряжения V с произвольной формой колебаний, позволяя найти напряжения на компонентах схемы и, следовательно, на слоях изоляторов. На рис. 3а показано распределение напряжения по слою толщиной 1 см в применении с «длительным» импульсом с «медленным» 30-секундным линейным нарастанием, со свойствами материалов, определенными для рис. 1 (графика была легко получена с помощью решателя PSpice); на рис. 3б дано то же самое за исключением того, что проводимости переставлены: $\gamma_1 = 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\gamma_2 = 10^{-15} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$. Распределения напряжения на рис. 3а можно оценить, по меньшей мере, по переднему фронту, используя развертку по частоте на рис. 3с.

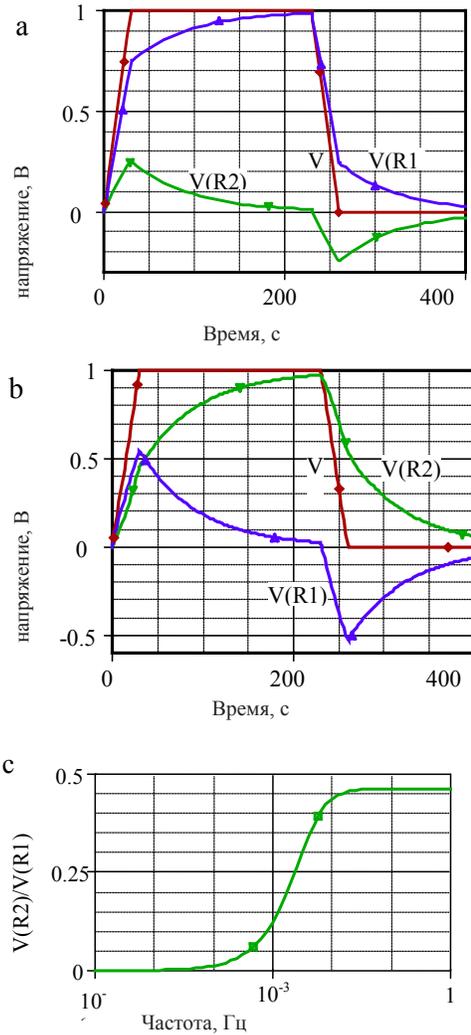


Рис. 3. Решение для эквивалентной схемы, показанной на рис. 2, для параметров, определенных для рис. 1. Толщина слоя $d_1 = d_2 = 0,01 \text{ м}$, $\epsilon_1 = 2,3 \epsilon_0$, $\epsilon_2 = 5 \epsilon_0$;
а — $\gamma_1 = 10^{-15} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\gamma_2 = 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, б — $\gamma_1 = 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\gamma_2 = 10^{-15} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, с — $\gamma_1 = 10^{-15} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\gamma_2 = 10^{-12} \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$

Настолько простой подход с использованием эквивалентной схемы не дает достаточного физического представления, и его следует использовать в качестве дополнительного метода в решении задач поля в средах с утечкой. В частности, образование поверхностного заряда, являющееся критическим для функционирования изоляции (оно отвечает за смену напряжения на рис. 3), полностью скрыто за уравнениями схемы. Кроме этого, в более сложных геометриях требующих численного анализа, схемный подход совершенно бесполезен; он не предлагает ориентира для формулирования задачи. Пара таких примеров дана в следующем разделе.

III. ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

В первом примере используется катушка, намотанная на катушке из пластмассы высокого качества, например, полиэтилена ($\epsilon_1 = 2,3 \epsilon_0$), она дополнительно герметизирована в эпоксидной смоле ($\epsilon_1 = 5 \epsilon_0$). В приведенном ниже примере их проводимости относятся как 1 : 100 соответственно.

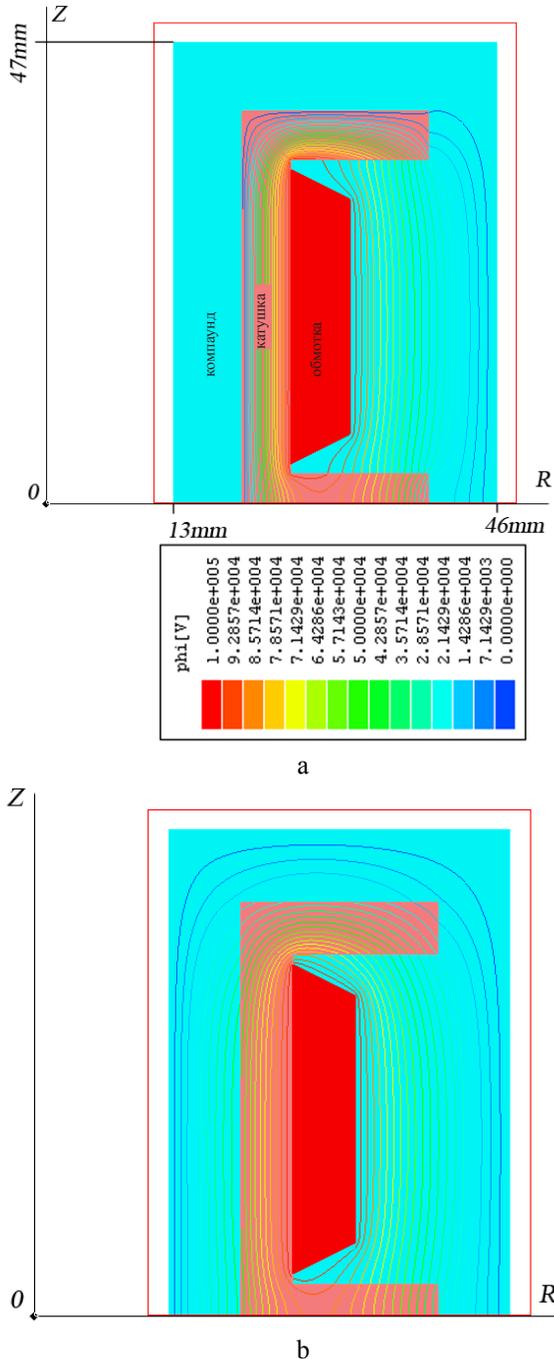


Рис. 4. Распределение электрического поля в герметизированной катушке. а — поле постоянного тока (задача проводимости); б — переменный ток (задача электростатики)

На рис. 4 показаны образцы поля в виде эквипотенциальных линий для случаев постоянного (а) и переменного (переходный процесс) (б) тока соответственно. Решение было получено с помощью программного обеспечения Maxwell 2D SV [9] в осесимметричной аппроксимации с размером сетки приблизительно 20 000 треугольников. По причине зеркальной симметрии изображения в R- θ -плоскости, моделирование выполнено только для половины катушки. На внешней границе поддерживается нулевой потенциал (кроме R- θ -плоскости, где нормальная составляющая E-вектора равна нулю), а к катушке приложено напряжение 100 кВ. Подобная задача рассматривалась в [10].

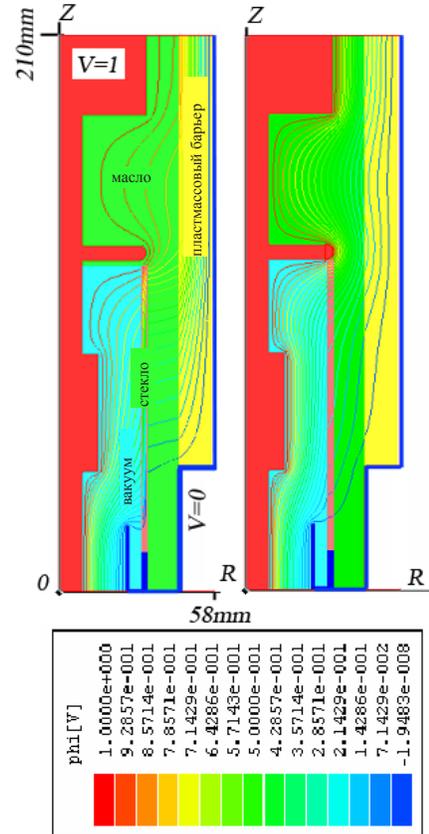


Рис. 5. Распределение электрического поля (случай постоянного тока слева, переменного — справа) в экранированной рентгеновской трубке

Для случая постоянного тока на рис. 4а, большая разница проводимостей вынуждает поле концентрироваться в катушке, оставляя композит около щечек и внутренней стороны (слева) сердцевины в значительной степени без воздействия. Подоплека этой конструкции заключается в разгрузке материала композита, который больше предрасположен к дефектам, чем его дополнение из пластмассы [10]. С другой стороны, в условиях переменного тока напряжение разделяется приблизительно одинаково между пластмассой и композитом (рис. 4б).

Второй пример показывает распределение поля в системе изоляции экрана рентгеновской трубки. Раньше подобная задача была решена в [11]. Со значительным упрощением, задача снова была смоделирована в осесимметричной аппроксимации с размером сетки приблизительно 20 000 треугольников. Здесь имеются четыре заметно различных диэлектрических участка: вакуум внутри трубки, стеклянная оболочка, масло и пластмассовый барьер.

Моделировались два случая. Для анализа в стационарном состоянии полем управляют проводимости материалов. В описываемых далее моделях соотношение проводимости вакуума, стекла, масла и пластмассы было следующим: 10^{-13} : 10^{-14} : 10^{-13} : 10^{-12} : 10^{-13} . Их относительные диэлектрические проницаемости были заданы как 1, 5,75, 2,25 и 3,5 соответственно. Отметим, что «проводимость» вакуума очень сильно зависит от напряженности поля и полярности [12]. В некоторых действующих рентгеновских трубках при возрастании напряженности поля на 5% темновые токи обычно возрастают на порядок [13].

Снова этот пример иллюстрирует поразительное различие в распределении полей постоянного и переменного (переходный процесс) тока. В первом случае масло в значительной степени не нагружено, с тенденцией еще более меньшей нагрузки в процессе старения. Пластмассовый барьер играет важную роль для изоляции, принимая главный удар прикладываемого напряжения. При переменном токе масло нагружено намного сильнее; в противоположность случаю постоянного тока, распределение поля будет оставаться практически не изменяющимся со временем.

Хотя в приведенных выше примерах как геометрия, так и физические свойства рассматриваются с большим упрощением, анализ поля полезен тем, что позволяет а) идентифицировать основное различие в работе при постоянном и переменном токе или в переходных условиях, и б) находить перегруженные участки. Опытный разработчик может хорошо справиться с первой частью без затрат времени на подробные модели, используя правильные граничные условия и эквивалентные схемы.

IV. НЕЛИНЕЙНЫЕ АСПЕКТЫ

Приняв существование распределения поля в зависимости от тока утечки, начинаем узнавать о более тонких нелинейных аспектах. Последнее представляет огромную важность при работе с постоянным током или квазипостоянным током. Классическим примером является кабель постоянного тока при токовой нагрузке. При имеющем высокую температуру внутреннем проводнике поле в экране становится сильнее — ситуация при линейной частоте невыносимая (см., например, [3], [14]).

В чрезвычайно неоднородных полях эффекты пространственного разряда, вызванного местной ионизацией в масле изоляции, эмиссией поля и т. п., значительно изменяют распределение поля. Эти явления не обязательно ограничиваются случаем частичных разрядов, возникающих в пустотах изоляции. Фактически, распределение «в стационарном

состоянии» представляет неправильное наименование для случая с высокими напряженностями под приложенным напряжением постоянного тока: пространственные и поверхностные заряды образуются и исчезают, осуществляя динамическое распределение поля. Подобные явления наблюдаются в движущейся среде, например в диэлектрических жидкостях при приложении неоднородного электрического поля. Даже при отсутствии ионизации полярные частицы циркулируют вследствие электроконвекции. Движущие силы, пропорциональные градиенту поля и дипольному моменту жидкости (или газа), весьма достаточны, чтобы обеспечивать эффективное смешивание и охлаждение в различной аппаратуре постоянного тока, например в источниках питания с масляной изоляцией. Пример «газового насоса», приводящего к исчезновению пламени, дан в [15]. По причине перемещения, горячие и холодные участки, имеющие различные проводимости (высокие и низкие соответственно), мигрируют, непрерывно изменяя распределение электрического поля. Такое поведение чрезвычайно трудно поддается количественному определению, особенно в ионизированных средах. Отметим, что хотя даже коммерческие пакеты имеют нелинейные решатели, позволяющие моделировать свойства материалов в функции поля и температуры, вычисления электрического поля постоянного тока в сложных структурах редко дают ценную количественную информацию. Исключением для этого утверждения являются случаи, когда диэлектрические свойства известны [16]. Однако мы полагаем, что даже качественное понимание является полезным инструментом для успешной разработки.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенное выше исследование показывает, что граничное условие (9) обеспечивает ясное физическое основание для типичных в области высокого напряжения задач, где следует учитывать неидеальность изоляции. И наоборот, граничное условие (4) вводит в заблуждение вследствие того, что не учитывает проводимость изоляции; его следует представлять как упрощение условия (9). Уравнение (6) учитывает ток проводимости, но не приносит никакой пользы в расчетах электрического поля в реальной изоляции.

Более сложные случаи, когда токи проводимости и смешения соизмеримы (для исследуемой в разделе II задачи это диапазон ниже герца), следует рассматривать более досконально. Также следует уделять внимание вопросам нелинейности. Отметим, что для простых систем изоляции, например в многослойном плоском, цилиндрическом или сферическом конденсаторе, с задачей легко справиться, используя эквивалентные R-C-цепи. Этот подход хорош для студентов-электриков.

VI. БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность компании Spellman High Voltage Electronics Corporation за поддержку, сделавшую возможной публикацию этой работы.

VII. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- [1] P. Gallagher, "High Voltage: Measurement, Testing and Design". Wiley, 1983, p. 197.
- [2] A.I. Dolginov, "High Voltage Engineering". Energia, Moscow, 1968.
- [3] M.S. Khalil, "International Research and Development Trends and Problems of HVDC Cables with Polymeric Insulation". IEEE Electrical Insulation Magazine, Vol. 13, No. 6, 1997, pp. 35-47.
- [4] E., Kuffel, W.S. Zaengl and J. Kuffel, "High Voltage Engineering", 2nd Ed., Newnes, Oxford, 2000, par. 4.3.1 (see also editions 1970, 1984).
- [5] M.S. Naidu and V. Kamaraju, "High Voltage Engineering", 2nd Ed. McGraw Hill, NY, 1995.
- [6] G.A. Grinberg, "Selected Aspects of Mathematical Theory of Electrical and Magnetic Phenomena", Academy of Sciences of USSR, Moscow-Leningrad, 1948, Ch. 1.
- [7] M. Beuer et al., "Hochspannungstechnik", Springer-Verlag, 1986 (Ch. 3, 4), 1992.
- [8] K.J., Binns, P.J. Lawrenson and C.W. Trowbridge, "The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Field", Wiley, NY, 1992.
- [9] Maxwell® 2D Student Version, Ansoft Corp., Pittsburgh, 2002.
- [10] V. Okun, A. Pokryvailo, and V. Reznik, "Cascade Generator", Certificate of Invention 1198581, 1985, filing date 18 Apr 1984.
- [11] A. Pokryvailo, "Study of Electric Field in Shielded X-Ray Tubes", Instrumentation and Methods of X-Ray Analysis, Vol. 31, pp. 151-157, 1983.
- [12] "Handbook of Vacuum Arc Science and Technology". Ed. by Boxman R.L. et al. Noyes Publications, NJ, 1995.
- [13] A. Pokryvailo and V.L. Okun, "An Investigation of Stray Currents of X-Ray Tubes Having Tubular Hollow Anodes", Instrumentation and Methods of X-Ray Analysis, v. 32, pp. 120-126, 1984.
- [14] R.N. Hampton, "Some of the Considerations for Materials Operating Under High-Voltage, Direct-Current Stresses", IEEE Electrical Insulation Magazine, Vol. 24, No. 1, 2008, pp. 5-13.
- [15] E. Sher, A. Pokryvailo, E. Yacobson, and M. Mond, "Extinction of Flames in a Nonuniform Electric Field", Combust. Sci. and Tech., 1992, Vol. 87, pp. 59-67.
- [16] S. Qin and S. Boggs, "Design Considerations for High Voltage DC Components", IEEE Electrical Insulation Magazine, vol. 28, No. 6, 2012, pp. 36-44.